Carpeta de Matemática 8

Nueva edición ampliada y actualizada

CUADERNILLO 1

Nueva carpeta de Matemática II

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

1. Los números enteros 3
Revisión inicial 4
Números positivos y negativos 5
El conjunto ℤ de los números enteros 6
Suma de números enteros 7
Multiplicación de números enteros 11
División de números enteros 12
Las operaciones se combinan 14
Ecuaciones con números enteros 15
Potencias de números enteros 17
Propiedades de la potenciación 18
Propiedad distributiva 18
Operaciones con potencias de la misma base 19
Radicación 20
Propiedades de la radicación 21
Múltiplos y divisores en ℤ 22
Búsqueda de regularidades 24
En el mundo real 25
Los números enteros en el calendario 25
Números enteros en el golf 26
Más actividades 27
Autoevaluación 30

EJEMPLAR DE PROMOCIÓN | PROHIBIDA SU VENTA Y SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

AIQUE

Este CUADERNILLO 1 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática II.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu

COPIEDICIÓN
Maricel Besse

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Inés Gugliotella

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López
Estudio DOBLEVUELO

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
I.S.B.N. 978-987-06-0059-6
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática II / Luis Garaventa ... [et. al.] ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
256 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0059-6

1. Matemática-Enseñanza Media. I. Schaposchnik, Ruth, coord.
CDD 510.712

Esta edición se terminó de imprimir en enero de 2007 en Morello S. A., Víctor Martínez 1881, Ciudad de Buenos Aires.

1 LOS NÚMEROS ENTEROS

Tanto en tablas que informan temperaturas como en resúmenes bancarios, estamos habituados a encontrarnos con *números positivos* que indican valores *sobre cero* y con *números negativos* (precedidos por un signo "–") que interpretamos naturalmente como valores por *debajo del cero*. Algunos de ellos forman parte del conjunto de los *números enteros*.

Pronóstico	Chapelco						Catedral						Las Leñas					
Tiempo	Día	Noche	Mañ.	Mar.	Mié.	Jue.	Día	Noche	Mañ.	Mar	Mié.	Jue.	Día	Noche	Mañ.	Mar.	Mié.	Jue.
Cielo																		
Temp. máxima (°C)	5		2	3	7	6	2		1	2	6	5	4		1	3	5	
Temp. mínima (°C)		0	-1	-5	-6	-3		-2	-3	-5	-5			-1	-3	-5	-6	-4
Amplitud térmica (°C)												7			4	8		13

- ¿Qué amplitud térmica se pronostica para el miércoles en Chapelco?
- ¿Qué temperatura máxima se espera para el jueves en Las Leñas?
- ¿Qué temperatura mínima se espera para el jueves en el cerro Catedral?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Lean las frases y resuelvan las consignas.

a) A cada frase háganle corresponder una expresión simbólica.

I. El doble de un número, más su siguiente, es 4.

II. El siguiente del doble de un número es 4.

III. El doble del siguiente de un número es 4.

IV. El doble de un número, aumentado en 3 unidades, es 4.

V. El doble de: un número aumentado en 3 unidades, es 4.

$2 . x + 3 = 4$

$2 . x + 1 = 4$

$2 . x + x + 1 = 4$

$2(x + 1) = 4$

$2(x + x + 1) = 4$

$2(x + 3) = 4$

b) Encuentren el número desconocido en cada caso e indiquen si se trata de un número natural.

2 Coloquen los signos "+", "−", ".", ":", y/o "( )" necesarios para que los resultados sean correctos.

a) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 25$

b) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 70$

c) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 72$

d) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 18$

e) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 43$

f) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 74$

g) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 5$

h) $15 \square 3 \square 4 \square 2 = 36$

3 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $2^2 + 2^3 =$ ☐

b) $2^2 . 2^3 =$ ☐

c) $2^2 + 3^2 =$ ☐

d) $(2 + 3)^2 =$ ☐

e) $\sqrt{25} - \sqrt{9} =$ ☐

f) $\sqrt{25 - 9} =$ ☐

g) $\sqrt{64} : \sqrt{16} =$ ☐

h) $\sqrt{64 : 16} =$ ☐

4 Propongan tres maneras diferentes de resolver cada uno de los siguientes cálculos en una calculadora en la que no funciona la tecla del 4.

a) 40 . 14

b) 84 : 4

c) 144 + 45 − 24 . 4

d) 16 . 84 : 42

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Números positivos y negativos

5 En un coche de una línea de subterráneos hay un lector óptico que registra, de lunes a viernes, la cantidad de pasajeros que suben y bajan en cada estación, desde la terminal hasta el fin del recorrido en la estación D, y en cada viaje. Luego emite un ticket donde representa con un signo + adelante la cantidad de pasajeros que suben y con un signo – los que bajan.
Un día de la semana pasada funcionó mal y tuvo que ser reparado.

a) ¿Cuál de los siguientes registros del aparato puede corresponder al día en que no funcionó bien? ¿Por qué?

.....

Día	Terminal	Estación A		Estación B		Estación C		Estación D
Lunes	+38	−3	+10	−20	+5	−12	+7	−25
Martes	+103	−37	+54	−45	+4	−51	+5	−33
Miércoles	+95	−8	+13	−66	+9	−47	+2	−2
Jueves	+86	−23	+9	−44	+2	−30	+10	−10
Viernes	+60	−15	+53	−36	+14	−55	+3	−24

b) ¿Por qué los valores de la columna Terminal son siempre positivos y los de la columna Estación D, siempre negativos?

.....

c) ¿Por qué la suma de los valores positivos y los valores negativos de cada día da 0?

.....

6 Ordenen de menor a mayor los siguientes números enteros y ubíquenlos en la recta numérica.

−3; +2; −1; −5; 0; +3; +6

.....

7 Escriban como números positivos o negativos las fechas correspondientes al nacimiento de los siguientes sabios y pensadores, y ordénenlos de menor a mayor.

a) Hiparco (161 a. C.) .....

b) Sófocles (496 a. C.) .....

c) Sócrates (470 a. C.) .....

d) Eratóstenes (276 a. C.) .....

e) Maimónides (1135 d. C.) .....

f) Plinio el Viejo (23 d. C.) .....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

El conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros

8 Agreguen dos términos en las siguientes sucesiones de números enteros.

a) 11; 8; 5; 2; −1; −4; ;

b) −4; −3; 0; −2; −1; +2; 0; +1; +4; +2; ;

c) 5; 6; 4; 5; 3; 4; 2; 3; 1; 2; 0; ;

d) −5; −3; −4; −2; −3; −1; −2; 0; −1; ;

9 Indiquen si cada una de las siguientes afirmaciones es *verdadera* o *falsa*.

a) El valor absoluto de un número puede ser menor que cero.

b) $-8 < -9$

c) $|-8| < |-9|$

d) Los números opuestos están a igual distancia del cero.

e) $|-8| = |8|$

f) $|-2| < 0$

10 Marquen en cada recta numérica todos los números enteros que cumplen las condiciones indicadas.

a) Su módulo es 5.

b) Su distancia al cero es 2.

c) Su distancia al cero es menor que 4.

d) Su valor absoluto es mayor que 2 y menor que 6.

Para leer y recordar

- El conjunto formado por los números enteros positivos, los números enteros negativos y el cero se llama *conjunto de los números enteros* y se simboliza $\mathbb{Z}$.

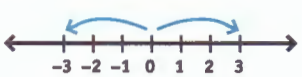
$\left.\begin{matrix}\mathbb{Z}^+ \\ 0 \\ \mathbb{Z}^-\end{matrix}\right\} \mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$

- El valor *absoluto* o *módulo* de un número entero es su distancia al cero y se simboliza así:

$|4| = 4 \qquad |-3| = 3$

- Los números que tienen el mismo valor absoluto y distinto signo se llaman *opuestos*.

Por ejemplo: 3 y −3 son opuestos. El opuesto de cero es cero.



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Suma de números enteros

11 Expresen cada situación como una suma, resuélvanla y escriban una pregunta que se pueda responder con el resultado que obtuvieron.

a) Le debía $5 a mi hermanito y mi abuela me regaló $10. .....

.....

b) Estaba en el tercer piso y bajé cuatro pisos. .....

.....

c) La temperatura era de 2 grados bajo cero y bajó 3 grados más. .....

.....

d) El mes pasado encontré $4, pero ayer perdí $2. .....

.....

12 Resuelvan mentalmente los siguientes cálculos:

a) $-12 + 8 =$

b) $8 + (-7) + (-15) =$

c) $-6 + (-3) =$

d) $9 + (-17) =$

e) $-3 + (-5) + 7 + (-4) =$

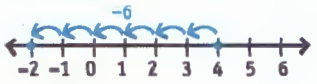
f) $6 + 4 + (-3) + (-5) =$

Para leer y recordar

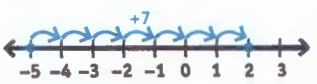
- La suma de dos números enteros de igual signo es otro entero del mismo signo cuyo valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos.
- La suma de dos números enteros de distinto signo es otro entero cuyo valor absoluto es la resta de los valores absolutos y cuyo signo es el del sumando de mayor valor absoluto.
- La suma de cero más cualquier número entero es el mismo número.

Ejemplos:

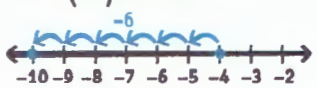
$4 + (-6) = -2$



$-5 + (+7) = 2$



$-4 + (-6) = -10$



$0 + (-1) = -1$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

13 Marquen en una línea de tiempo los siguientes acontecimientos e indiquen cuántos años pasaron entre ellos.

a) Nacimiento de Octavio (63 a. C.) y su nombramiento como emperador (27 a. C.).

b) Nacimiento de Arquímedes (287 a. C) y nacimiento de Eratóstenes (276 a. C.).

c) Nacimiento de Aristóteles (384 a. C.) y muerte de Platón (347 a. C.).

14 Completen la tabla con la amplitud térmica en Cabo Sur para cada día de la semana pasada.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Mínima	−2 °C	−4 °C	−6 °C	−3 °C	−5 °C
Máxima	5 °C	1 °C	−1 °C	2 °C	5 °C
Amplitud térmica					

15 Realicen los siguientes cálculos:

a) 5 − (−3) .....

b) 18 − (+15) .....

c) −61 − (−93) .....

d) 33 − (−75) .....

e) −7 − (+4) .....

f) −19 − (+19) .....

16 Ubiquen en las rectas numéricas los números indicados en cada caso. Expliquen cómo lo hicieron.

a) −9; −3 y −6.

b) −10; 5 y 10.

c) −3 y −12.

d) a y $3a$.

Para leer y recordar

Restar un número entero es lo mismo que sumar su opuesto.

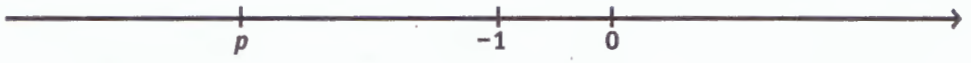
Ejemplo: 200 − (−150) = 200 + (+150) = 350

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

17 Malena y Víctor están jugando a las adivinanzas numéricas. Malena dice que pensó un número, le sumó 5 y el resultado le dio negativo. Víctor dice que hizo trampa, porque eso no es posible. ¿Es cierto lo que dice Víctor? Justifiquen si lo es, o ejemplifiquen si no lo es.

.....

18 En la siguiente recta numérica, está señalado el número negativo p. Ubiquen en la misma recta $-p$; $-p-1$; $-p+1$ y $p+1$.



19 ¿Es posible hallar un número entero m tal que $m + (m + 1) = -1$? Justifiquen.

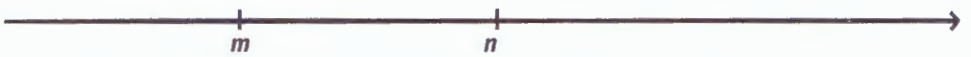
.....

20 Encuentren, en cada caso, un par de números enteros a y b que cumplan la condición pedida.

a) $-3 < a + b < 0$ b) $a + b < a$ c) $a - b > a + b$

....

21 En la siguiente recta numérica se han ubicado los números enteros m y n.



Expliquen dónde ubicarían $m + p$; $n + p$; $m \cdot p$; $n \cdot p$; $m - p$ y $n - p$, en cada uno de los siguientes casos.

a) $p < 0$ b) $p > 0$

Para leer y recordar

Si p, q y m son o números enteros cualesquiera, se cumple lo siguiente:

Propiedad asociativa

$(p + q) + m = p + (q + m)$

Propiedad conmutativa

$p + q = q + p$

Además, la suma es una operación *cerrada*.

$(p + q)$ es entero

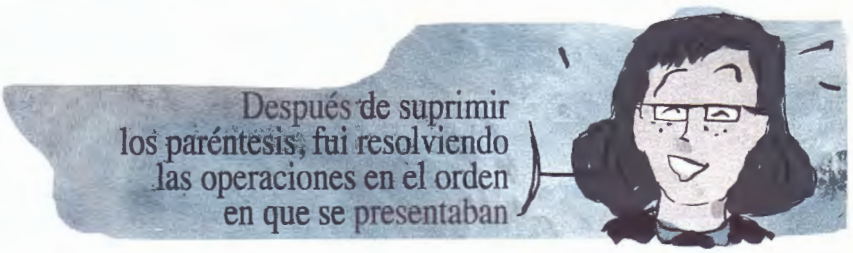
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

22 Paula y Natalia tenían que resolver un cálculo y lo hicieron con procedimientos diferentes.

$-17-3-(-21)+14+(-8) =$
$= -17-3+21+14-8 =$
$= (-17-3-8)+(21+14) =$
$= (-28)+(35) = 7$

$-17-3-(-21)+14+(-8) =$
$= -17-3+21+14-8 =$
$= -20+21+14-8 =$
$= 1+14-8 =$
$= -15-8 = 7$

a) Lean lo que dice Paula e identifiquen cuál es el que resolvió ella.



b) Expliquen cómo lo resolvió Natalia. ¿Qué propiedades se aplican en este procedimiento?

23 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $8 - (-2) - (+3) + (-1)$

.....

b) $17 + (-36) - (-22) - (+13)$

.....

c) $-15 - (-10) + (+7) + (-18)$

.....

d) $-42 + (-5) - (-39) + 4$

.....

24 El encargado de un depósito registra en una planilla los cajones de mercadería que entran y que salen cada dos horas.

a) Completen la planilla de acuerdo con los siguientes datos:

De 6 a 8: entraron 20, salieron 35, devolvieron 5 de los que salieron.
De 8 a 10: entraron 10, salieron 40, devolvieron 3 de los que entraron.
De 10 a 12: no entraron, salieron 15, devolvieron 2 de los 15.
De 12 a 14: entraron 45, se devolvieron 4, no hubo salidas.
De 14 a 16: entraron 27, salieron 16.
De 16 a 18: entraron 9, salieron 12, devolvieron 3 de los que entraron y 1 de los que salieron.

Horario	Entradas y salidas		Horario	Entradas y salidas	
6 a 8	$+20 - 35 - (-5) =$		12 a 14		
8 a 10			14 a 16		
10 a 12			16 a 18		

b) Calculen en cuántos cajones aumentó o disminuyó el stock a lo largo del día.

.....

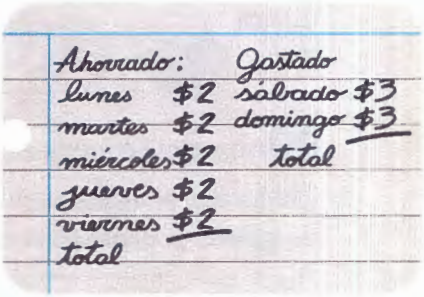
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Multiplicación de números enteros

25 De lunes a viernes, Sebastián junta billetes de $2 en una caja para salir el fin de semana y registra el estado de sus ahorros en una hoja.

a) Completen los cálculos que hizo Sebastián.

Dinero ahorrado: **5 . 2 =** Dinero gastado: **2 . (−3) =**



b) Si no hubiera salido ni el sábado ni el domingo, ¿cuánto dinero se habría ahorrado? Completen el cálculo.

Dinero ahorrado: **(−2) . (−3) =**

26 Escriban un cálculo que exprese cada una de las siguientes situaciones y resuélvanlos.

a) Se triplicaron las pérdidas del año pasado, que habían sido de $100 000.

b) Tenía $500 en el banco y al cabo de varios años se duplicaron mis ahorros.

c) Invité a mis amigos al cine, pero como dos no vinieron, me ahorré de gastar $9 por cada una de sus entradas.

27 Enuncien situaciones que puedan resolverse con los siguientes cálculos.

a) **5 . (−4)** b) **−7 . (−3)** c) **−10 . (+30)**

28 Completen la siguiente tabla y, luego, anoten alguna conclusión.

a	b	a . b	b . a	a . 1	b . 0
−3	+ 7				
+5	−11				
+16	−2				

Para leer y recordar

Al multiplicar dos números enteros pueden presentarse estos casos:

Que ambos tengan el mismo signo. → Da positivo.
Que sean uno positivo y otro negativo. → Da negativo.
Que uno de los dos o ambos sean cero. → Da cero.

.	+	−
+	+	−
−	−	+

Podemos usar esta *regla de los signos*.

Ejemplos:

−4 . (−3) = 12 **−11 . 5 = −55** **−7 . 0 = 0**

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

División de números enteros

29 Maxi usa sus ahorros para comprar una revista de cómics todos los martes. Al cabo de 5 semanas notó que sus ahorros se redujeron en $15. Completen el cálculo con el gasto que representa el precio de la revista.

$-15 =$ ____ $. 5$

30 Expresen en forma de cálculo y resuelvan las siguientes situaciones.

a) Cuatro amigos fueron a jugar al tenis. El alquiler de la cancha les costó $20 y lo pagaron en partes iguales. ¿Cuánto pagó cada uno?

.....

b) Las pérdidas de una empresa durante la presidencia del Señor Pérez fueron de $500 000; exactamente, de $25 000 por año. ¿Cuánto duró su presidencia?

.....

c) En el tablero de un avión se enciende una luz cada vez que pierde cierta cantidad de metros de altitud. Si ya perdió 3000 m de altitud y la luz se encendió 5 veces, ¿cada cuántos metros de altitud perdida se enciende la luz?

.....

31 Completen la tabla.

a	b	$a : b$	$a : 1$	$a : (-1)$
-18	$+3$			
	-5			$+15$
$+21$		-3		

Para leer y recordar

- La *división* es la operación *inversa* de la multiplicación.

Por ejemplo: $(-15) : (+5) = (-3)$, porque $(+5) . (-3) = (-15)$

- La regla de los signos para la división de números enteros es la misma que la de la multiplicación, teniendo en cuenta que no se puede dividir por cero.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

32 Encuentren, en cada caso, todos los números enteros m y n que cumplen la condición pedida, cuando sea posible. Cuándo no sea posible, expliquen por qué.

a) $0 < m \cdot n < 3$

b) $m \cdot n < 3$

c) $m \cdot n + m < 3$

d) $m \cdot n + m < m$

e) $(1 + m)(1 + n) > 1 + m + n$

f) $(1 + m)(1 + n) < 1 + m + n$

33 Hallen un número entero b de modo que verifique la condición pedida en cada caso.

a) $5 - (3b + 6) = 11$

b) $8 + (3b + 1) = 0$

34 Resuelvan los siguientes cálculos mentalmente y expliquen cómo los pensaron. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.

a) $113 \cdot 7$

b) $97 \cdot 8$

c) $196 : 4$

35 Resuelvan los cálculos mentalmente y anoten las propiedades que aplican. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.

a) $200 \cdot 5 + 11 \cdot 5$

b) $300 : 3 - 9 : 3$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Las operaciones se combinan

36 Resuelvan los siguientes cálculos.

a) $3 - (-12) \cdot 4 - 15 : (-3)$

b) $11 - 12 : 4 + 3 \cdot (6 - 2)$

c) $4 \cdot (2 - 8) + (-12) : (-3)$

37 Les presentamos tres cálculos y dos resoluciones para cada uno. Una es correcta y la otra no. Identifiquen la que está mal y expliquen por qué la eligieron, en cada caso.

a) $6 \cdot (-5) - (7 + 2) : (-3) - 1 =$

I. $= -30 - 9 : (-3) - 1 =$
$= -39 : (-3) - 1 =$
$= 13 - 1 =$
$= 12$

II. $= -30 - 9 : (-3) - 1 =$
$= -30 + 3 - 1 =$
$= -31 + 3 =$
$= -28$

b) $15 - (-6) - (-5) \cdot (-6) =$

I. $= 15 + 6 - 30 =$
$= 21 - 30 =$
$= -9$

II. $= 15 - (-1) \cdot (-6) =$
$= 15 - 6 =$
$= 9$

c) $-(19 + 9) : (-7) - [- (-10) + 1] =$

I. $= -28 : (-7) - (-11) =$
$= -28 : 4 =$
$= -7$

II. $= -28 : (-7) - 11 =$
$= 4 - 11 =$
$= -7$

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

Ecuaciones con números enteros

38 Escriban una ecuación que sirva para resolver cada una de las siguientes situaciones y contesten a las preguntas planteadas.

a) Si a un número le sumamos su siguiente, da por resultado su anterior. ¿Cuál es ese número?

.....

.....

b) El doble de un número más el triple de su siguiente es igual a –12. ¿De qué número se trata?

.....

.....

c) ¿Cuál es el número que al sumarle el doble de su anterior da por resultado – 8?

.....

.....

39 Enuncien situaciones que puedan ser resueltas con las siguientes ecuaciones y resuélvanlas.

a) $x + 2x - 5 = 4x + 6$

b) $2x + 2 = x - 9$

c) $x + (x + 1) + (x + 2) = -18$

40 ¿Es posible que la suma de cuatro números enteros consecutivos sea –22? De ser así, ¿cuáles son esos números?

.....

41 ¿Es posible que la suma de cuatro números enteros consecutivos sea 28? De ser así, ¿cuáles son esos números?

.....

42 La diferencia entre un número entero y su opuesto es un número par. Hallen todos los números que cumplen esa condición.

.....

43 La diferencia entre un número entero y su opuesto es un número impar. Hallen todos los números que cumplen esa condición.

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

44 Resuelvan los siguientes problemas mediante ecuaciones.

a) Ana tiene 10 años más que Claudia y dentro de 4 años la edad de Ana será el triple de la edad de Claudia. ¿Cuáles son sus edades actuales?

b) El doble del siguiente de un número es igual al triple del anterior de ese número, disminuido en 4 unidades. ¿Cuál es el número?

45 Señalen cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones no tienen solución o tienen infinitas soluciones y expliquen por qué.

a) $x + 1 = x - 1$

b) $2x + 2 = x + 1$

c) $2x + 6 = 2(x + 3)$

d) $2x + 4 = 2x - 1$

46 Planteen dos ecuaciones que no tengan solución y otras dos que tengan infinitas soluciones.

.....

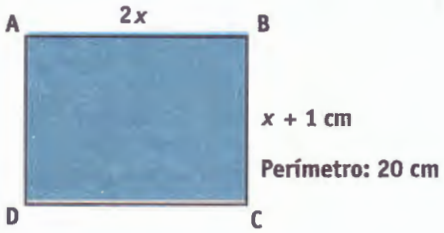
.....

.....

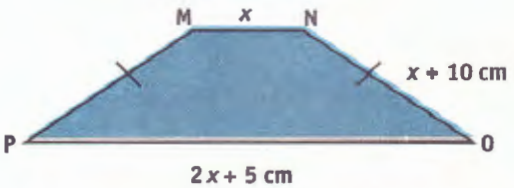
.....

47 Hallen la medida de los lados de las siguientes figuras:

a) **Rectángulo**



b) **Trapecio isósceles**



Perímetro: 75 cm

.....

.....

.....

.....

48 ¿Quién tiene razón: Alejandra o Facundo? ¿Por qué?

.....

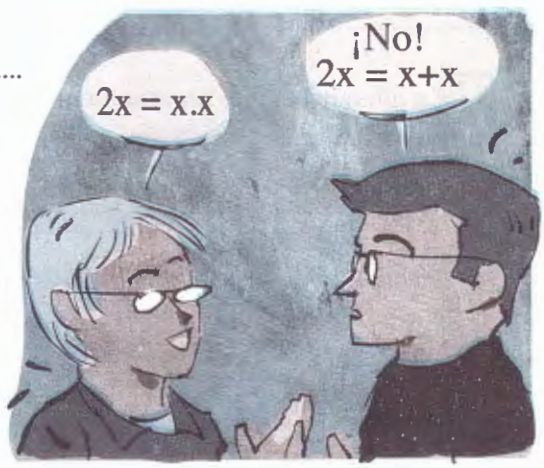
.....

.....

.....

.....

.....



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Potencias de números enteros

49 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $(-5)^2 =$ c) $-15^0 =$ e) $(-23)^0 =$

b) $-4^3 =$ d) $(-1)^5 =$ f) $(-3)^4 =$

50 Hallen lo siguiente:

a) El área de un cuadrado de 5 cm de lado.

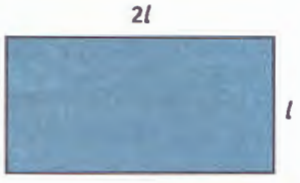
.....

b) El volumen de un cubo de 5 cm de arista.

.....

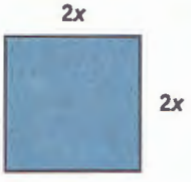
51 Encuentren la expresión más sencilla para el área del rectángulo y del cuadrado.

a)



A = ...

b)



A = ...

52 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $4^2 - 7^2 =$ c) $2^3 + 3^3 =$

b) $(4 - 7)^2 =$ d) $(2 + 3)^3 =$

Para leer y recordar

- Una *potencia* es un producto de factores iguales.

exponente

$b^n = b \cdot b \cdot \ldots \cdot b = c$ ⟶ Se lee así: *b* elevado a la *n* es *c*.

base — *n* veces — potencia

- Cuando el exponente es par, la potencia es positiva. ⟶ $4^2 = 16$ $(-3)^2 = 9$
- Cuando el exponente es impar, la potencia tiene el mismo signo que la base. ⟶ $2^5 = 32$ $(-4)^3 = -64$
- Cero elevado a cualquier exponente positivo es cero. ⟶ $0^8 = 0$
- Cualquier número (exceptuando al 0) elevado *a la cero* es 1. ⟶ $13^0 = 1$ $(-4)^0 = 1$
- Cero elevado a la cero no se puede resolver.

Tengan en cuenta esto: $-2^2 \neq (-2)^2$

$-4 \neq +4$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Propiedades de la potenciación

Propiedad distributiva

53 Apliquen las propiedades para calcular mentalmente las siguientes potencias, como en el ejemplo.

a) $90^2 = (9 \cdot 10)^2 = 81 \cdot 100 = 8100$

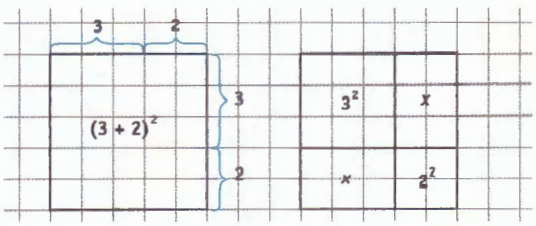
b) $(-300)^4 =$ .....

c) $400^3 =$ .....

d) $(-70)^2 =$ .....

54 Hallen el área x de los rectángulos de la figura y completen la igualdad.

$(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 +$ ▭ + ▭



55 Verifiquen mediante un ejemplo que la potenciación no es distributiva respecto de la resta.

.....

56 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $(5 + 1)^2 - (3 \cdot 2)^3$

b) $(8 - 17)^2 + [(-9) : 3]^3$

57 Descubran cuál o cuáles de estas afirmaciones son falsas y demuéstrenlo con un ejemplo.

a) $a^n = n^a$

b) $(a^n)^m = (a^m)^n$

c) $(a + b)^3 = a^3 + b^3$

d) $a^4 = (-a)^4$

.....

Para observar

- **La potencia de un producto es igual al producto de las potencias.**

  $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$ ⟶ Propiedad distributiva de la potenciación

  $6^3 = 8 \cdot 27$ respecto de la multiplicación.

  $216 = 216$

- **La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias.**

  $[(-6) : 3]^2 = (-6)^2 : 3^2$ ⟶ Propiedad distributiva de la potenciación

  $(-2)^2 = 36 : 9$ respecto de la división.

  $4 = 4$

- **La potenciación no es distributiva respecto de la suma ni de la resta.**

  $(3 + 2)^2 \neq 3^2 + 2^2 \longrightarrow 5^2 \neq 9 + 4 \longrightarrow 25 \neq 13$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Operaciones con potencias de la misma base

58 Expresen como una sola potencia.

a) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

b) $5^4 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 5^0 =$

c) $[(-3)^2]^4 : (-3)^5 =$

d) $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^7 : (6^3)^4 =$

59 Resuelvan los siguientes cálculos aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible.

a) $(2 \cdot 3)^3 \cdot 2^4 \cdot 3^2 : 2^5$

b) $[(-1)^3]^5 \cdot 4^6 : 4^3$

60 Completen los casilleros en blanco.

a) $(\quad \cdot \quad)^3 = (-45)^3$

b) $(-3)^7 \cdot \quad^7 = 24^7$

c) $5^2 \cdot (-6)^2 = \quad^2$

d) $(-2)^3 \cdot (-2) \quad \cdot (-2)^5 = (-2)^8$

e) $4^7 : 4 \quad = 4^3$

f) $[(-7)^3 \cdot \quad^3] \quad = (-21)^9$

61 Flopy hizo una cadena para el día del amigo: escribió una tarjeta para cada uno de sus ocho amigos; cada uno de ellos, a su vez, entregó una tarjeta a cada uno de otros ocho amigos, que repitieron el proceso con ocho amigos cada uno, los que le escribieron una tarjeta cada uno a Flopy. ¿Cuántas tarjetas recibió Flopy al final de la cadena?

.....

.....

Para leer y recordar

Producto de potencias de igual base

$2^2 \cdot 2^4 = 2^{2+4}$

$4 \cdot 16 = 2^6$

$64 = 64$

Para multiplicar potencias de igual base, se suman los exponentes y se deja la misma base.

Cociente de potencias de igual base

$3^3 : 3^2 = 3^{3-2}$

$27 : 9 = 3^1$

$3 = 3$

Para dividir dos potencias de igual base, se restan los exponentes y se deja la misma base.

Potencia de otra potencia

$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}$

$8^2 = 2^6$

$64 = 64$

Para calcular una potencia de otra potencia se multiplican los exponentes y se deja la misma base.

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

Radicación

62 Calculen, cuando sea posible.

a) $\sqrt[3]{-216} =$

b) $\sqrt[4]{81} =$

c) $\sqrt[5]{32} =$

d) $\sqrt{-49} =$

63 Resuelvan los siguientes cálculos, cuando sea posible.

a) $\sqrt{25} - \sqrt[3]{64} =$

b) $-\sqrt{100} + \sqrt[3]{2^3} - \sqrt[4]{16} =$

c) $\sqrt{-9} - \sqrt[4]{-81} =$

d) $\sqrt[3]{125} + \sqrt[5]{-32} =$

64 Encuentren lo siguiente:

a) el número que elevado al cubo es –125.

b) el lado de un cuadrado de 81 cm^2 de área.

c) la arista de un cubo de 216 cm^3 de volumen.

Para leer y recordar

- La *raíz cuadrada* de un número entero positivo a, si existe, es un número positivo c, tal que $c^2 = a$.

$\sqrt{a} = c \leftrightarrow c^2 = a$ y $c > 0$ Ejemplo: $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$ y $5 > 0$.

- La *raíz cuadrada* de un número negativo no se puede calcular en $\mathbb{Z}$.

$\sqrt{(-36)} \neq 6$ porque $6^2 = 36$ $\sqrt{(-36)} \neq -6$ porque $(-6)^2 = 36$

- La *raíz cúbica* de un número entero a, si existe, es el número c, tal que $c^3 = a$.

$\sqrt[3]{a} = c \leftrightarrow c^3 = a$ Ejemplo: $\sqrt[3]{(-64)} = -4$ porque $(-4)^3 = -64$

- La *raíz enésima* de un número entero a, si existe, es un número c tal que $c^n = a$. ($n \in \mathbb{N}$)

$\sqrt[n]{a} = c \leftrightarrow c^n = a$

Si el índice es par y el radicando es positivo, la raíz es el número positivo que cumple la condición pedida.
Ejemplo: $\sqrt[4]{16} = 2$
Si el índice es par y el radicando negativo, no se puede calcular en $\mathbb{Z}$.
Cuando el índice es impar, la raíz resulta del mismo signo del radicando.

Ejemplos: $\sqrt[5]{(-32)} = -2$ $\sqrt[7]{1} = 1$

La raíz enésima de 0 es 0: $\sqrt[n]{0} = 0$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Propiedades de la radicación

65 Resuelvan de dos formas distintas, cuando sea posible.

a) $\sqrt{81 \cdot 49}$

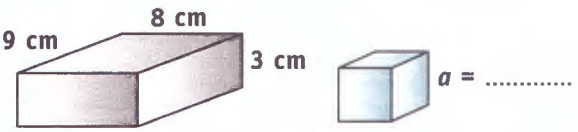
b) $\sqrt{25 - 16}$

c) $\sqrt[3]{1000 : (-8)}$

d) $\sqrt{(9 + 16) \cdot 4}$

66 El cuadrado y el rectángulo tienen igual área.
Calculen mentalmente la medida del lado del cuadrado.

67 El cubo tiene igual volumen que el prisma.
Calculen mentalmente cuánto mide su arista.



68 Calculen mentalmente lo siguiente:

a) $\sqrt{2500} =$

b) $\sqrt[3]{-27000} =$

c) $\sqrt[4]{160000} =$

d) $\sqrt[3]{8000} =$

Para observar

Simplificación de radicales

$\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{(-8)} = -2$

$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

Se pueden cancelar índice y exponente cuando son impares e iguales.

$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$

$\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$

Cuando el índice y el exponente son pares e iguales, podemos cancelarlos tomando el valor absoluto del radicando.

Propiedad distributiva

La raíz de un producto es igual al producto de las raíces de los factores (siempre que estas existan).

$\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$ Propiedad distributiva de la radicación respecto de la multiplicación.

$\sqrt{100} = 2 \cdot 5$

$10 = 10$

La raíz de un cociente es igual al cociente entre las raíces del dividendo y del divisor (siempre que estas existan).

$\sqrt[3]{(-64) : 8} = \sqrt[3]{(-64)} : \sqrt[3]{8}$ Propiedad distributiva de la radicación respecto de la división.

$\sqrt[3]{(-8)} = -4 : 2$

$-2 = -2$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Múltiplos y divisores en $\mathbb{Z}$

69 El conjunto de los múltiplos de a está formado por todos los productos $a \cdot k$, para $k \in \mathbb{Z}$.

a) ¿Cómo escribirían una expresión que represente a los números pares?

.....

b) ¿Y a los números impares?

.....

70 ¿Un número de la forma $3k$ es siempre múltiplo de 3? ¿Y uno de la forma $2k + 1$?

.....

71 Juan dividió 35 por un número n y Vera multiplicó 35 por el mismo número n. Ambos obtuvieron el mismo resultado. ¿Qué número es n? ¿Hay una sola posibilidad?

.....

72 ¿Cuántos múltiplos de –3 hay entre –10 y 8?

.....

73 ¿Cuántos divisores tiene –14?

.....

74 Escriban tres múltiplos de 4 menores que 2.

.....

75 Escriban los divisores de 18 que son menores que 4.

.....

76 Para cualquier valor entero de k, ¿es cierto que $3k + 1$ es múltiplo de k? ¿Por qué?

.....

77 ¿El número $5k + 1$ es múltiplo de 6? ¿Y el número $5k + k$? ¿Por qué?

.....

78 ¿Un número de la forma $3k$, puede ser divisor de 24? De ser así, ¿en qué casos?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

79 El número entero m es divisible por $6k + 3$. ¿Es divisible por $2k + 1$? ¿Por qué?

80 El número k es múltiplo de 6. Propongan, en cada caso, otro múltiplo de 6 que se obtenga así:

a) Multiplicando k por un número entero.

b) Sumándole a k un número entero.

c) Restándole a k un número entero.

81 Indiquen cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles, falsas. Justifiquen.

a) Si un número a es divisor de un entero n, también es divisor de $-n$.

b) Si un número a es divisor de otros dos, m y n, también es divisor de $m + n$.

c) Si un número es divisor de la suma de dos enteros, también es divisor de cada sumando.

d) Si un número divide a un entero, entonces, divide al producto de este por cualquier entero.

e) Si un número es divisor del cociente de dos enteros, también es divisor de cada factor.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Búsqueda de regularidades

82 ¿Cuánto vale la suma de los k primeros números impares positivos? ¿Vale la misma expresión para los impares negativos?

.....

83 Vera y Pablo juegan a inventar juegos con números y que el otro adivine la regla. Completen la respuesta que falta en cada juego y encuentren la regla de cada uno.

a) Primer juego: Cuando Vera dijo 3, Pablo respondió 7; cuando Vera dijo 8, Pablo respondió 17; cuando vera dijo 5, Pablo respondió 11; cuando vera dijo 2, Pablo respondió:

.....

b) Segundo juego: Pablo dijo 7 y Vera, 27; Pablo dijo 3 y Vera, 11; Pablo dijo 11 y Vera, 43; Pablo dijo ..... y Vera, 19.

.....

c) Tercer juego.

Vera	4	−1	−2	1
Pablo	14	−1	−4	

.....

d) Cuarto juego.

Vera	7	−1	0	
Pablo	−4	4	3	1

.....

84 Completen la tabla con los cuadrados de los números de 1 a 20, inclusive.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2																				

a) ¿Qué regularidad observan en los cuadrados de los números impares?

.....

b) ¿Y en los cuadrados de los múltiplos de 5?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Los números enteros en el calendario

Las imágenes que aparecen a continuación muestran dos hojas de calendario cualesquiera. En ellas se han marcado cuadrados de 2 por 2, de 3 por 3 y de 4 por 4. Si se calcula la diferencia entre los productos de los números situados en los extremos de las diagonales de los cuadrados, se obtiene, para cada cuadrado, un número constante.

2 . 18 = 36	5 . 13 = 65	5 . 29= 145	4 . 28 = 112	1 . 17 = 17	16 . 24 = 384
4 . 16 = 64	6 . 12 = 72	8 . 26 = 208	7 . 25 = 175	3 . 15 = 45	23 . 17 = 391
36 − 64 = −28	65 − 72 = −7	145 − 208 = −63	112 − 175 = −63	17 − 45 = −28	384 − 391 = −7

85 Observen los resultados obtenidos y, a partir de las regularidades que encuentren, completen las siguientes expresiones:

a) En los cuadrados de 2 por 2 , se da una disposición así:

a	$a + 1$

b) En los cuadrados de 3 por 3, la disposición es de la siguiente forma:

a		$a + 2$

86 Expliquen por qué el valor hallado en los cuadrados de 2 por 2 es –7.

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Números enteros en el golf

El golf es un deporte en el que los jugadores utilizan un palo para golpear una pelota con el objetivo de llevarla, a través de un campo de grandes dimensiones, desde un punto determinado hasta un agujero en el suelo. La distancia entre ambos puntos se llama *hoyo* y puede ser de entre 90 y 550 metros.

Los campos tradicionales constan de 18 hoyos y el ganador del juego es aquel que logra terminar el recorrido con el menor número de golpes.

Se denomina *par* al número de golpes que un golfista experto necesitaría para completar un hoyo en particular. Por ejemplo, para un hoyo de 229 m o menos se consideran necesarios 3 golpes; para uno de entre 230 m y 430 m, 4 golpes, y 5 golpes para los demás.

Para cada campo se considera un determinado par, de acuerdo con la distribución de sus hoyos.

Un puntaje de +4 representa 4 golpes más que el par y uno de –3 indica 3 golpes menos que el par.

En la siguiente tabla de posiciones aparecen los puntajes de los mejores jugadores de un torneo abierto.

Posición	Jugador	Nro. de golpes	Puntaje
1.°	Antonio B.	65	−6
2.°	Carlos D.	66	−5
3.°	Esteban F.	67	−4

87 ¿Cuál es el par para este torneo?

.....

88 Completen esta otra tabla referida a un torneo jugado por cuatro amigos en el mismo campo.

Posición	Jugador	Nro. de golpes	Puntaje
	Gonzalo		−3
	Hugo	73	
	Carlos		+4
	Fernando	69	

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

MÁS ACTIVIDADES

89 Expresen las cifras de los siguientes récords como números enteros, ordénenlos de menor a mayor y represéntenlos en el diagrama.

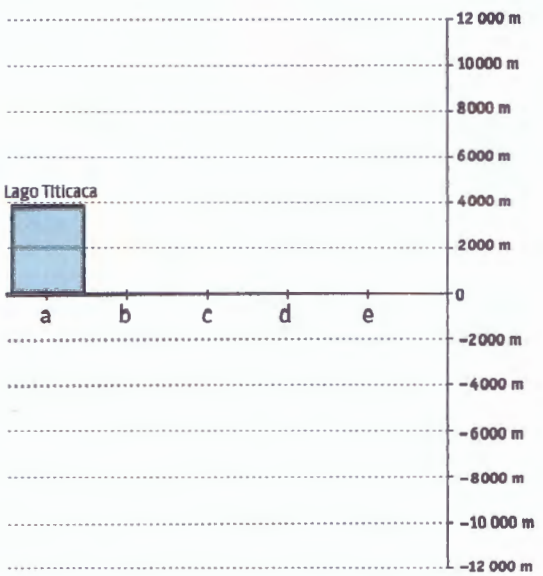
a) El lago más alto del mundo (lago Titicaca, 3815 m).

b) La mayor profundidad alcanzada por los cachalotes al nadar (1100 m).

c) La máxima profundidad que penetran los rayos solares (1500 m).

d) La montaña más elevada de la Tierra (monte Everest, 8848 m).

e) El punto más profundo de los océanos (fosa de las Marianas, 11 034 m).



90 ¿Cuál fue la duración de cada uno de los siguientes acontecimientos?

a) Reinado de Tutankamón (del 1337 a. C. al 1327 a. C.).

b) Guerra del Peloponeso (del 431 a. C. al 404 a. C.).

c) Vida de Galileo Galilei (del 1564 d. C. al 1642 d. C.).

91 ¿Cuáles son los números enteros que cumplen con cada una de estas condiciones?

a) La distancia entre dos números opuestos es 6.

b) El siguiente de su opuesto es –3.

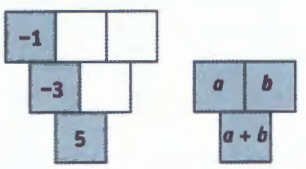
c) La mitad de su anterior es –2.

d) El doble de su siguiente es el opuesto de 6.

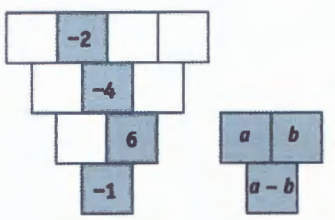
e) El valor absoluto de su siguiente es menor que su anterior.

92 Completen las casillas de acuerdo con la relación que se indica en cada caso.

a)



b)



93 Coloquen V (verdadero) o F (falso) para cada afirmación y justifiquen la respuesta.

a) $\sqrt[4]{(-3)^4} = -3$

b) $\sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

c) $(-2)^3 > -2$

d) $|-5| > -5$

e) $6^2 \cdot 6 \cdot 6^0 = 6^2$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

94 Identifiquen las ecuaciones que permiten resolver cada una de las siguientes situaciones y respondan a las preguntas planteadas.

$3x + 8 = x - 4$

$3x + 8 = x - 6$

$3(x + 8) = x - 6$

$3x + 24 = x - 4$

$3x + 24 = x - 6$

a) Pienso un número, lo multiplico por 3, le sumo 8 y obtengo el siguiente del número, disminuido en 5 unidades. ¿Qué número pensé?

b) El triple del número que supera en 8 unidades al que yo pensé es 5 unidades menor que el siguiente del número pensado. ¿Qué número pensé?

c) ¿Qué número pensé si sumarle 8 a su triple da el mismo resultado que restarle 5 a su anterior?

95 Resuelvan los cálculos.

a) $-2\ (-3 - 9) + [(-15 + 8) \cdot 3 - 10]$

b) $(-11 - 22) : (-3) + \sqrt{[(-7 - 42)]\ (-1) - (-5)^2}$

c) $\{-12 - 21 + 18 : (-6) - [(-7 - 8) : 5 + 3]\}$

d) $3^2 - 2^3 + 4^2 - 2^4 + 5^2 - 2^5$

e) $\sqrt[3]{-27} : (-3) + 3^2 \cdot (-1)^3 - \sqrt{4^3}$

f) $(-4)^4 : (-4)^3 + \sqrt[4]{16} \cdot [(-3 - 5) : (-2)]$

96 Completen la tabla.

a	b	$-2a + b$	$-3a^2$	$a - 2b^3$
-4				50
	4	8		
	-1			-7

97 Indiquen cuáles de las siguientes igualdades no son verdaderas para todo número entero positivo y expliquen por qué.

a) $\sqrt{n^2} = n$

b) $\sqrt[3]{x^3} = x$

c) $\sqrt{k + n} = \sqrt{k} + \sqrt{n}$

d) $\sqrt[3]{(-a)^2} = \sqrt[3]{a^2}$

98 Hallen el valor de x en cada caso, de modo que se cumplan las condiciones pedidas.

a)

El perímetro del cuadrado es 200 cm.

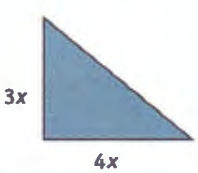
b)

El perímetro del triángulo equilátero es 6 m.

c)

El área del rectángulo es 216 cm^2.

d)



El área del triángulo rectángulo es 54 cm^2.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

99 En la prueba de Matemática, Vanina y Leandro obtuvieron resultados distintos en los siguientes ejercicios. Marquen los errores que encuentren.

1) $\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{(-2)^4} =$

$= \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{(-2)^4} =$

$= -3 - 2 = -5$

2) $x^2 + 5^2 = 74$

$x^2 + 25 = 74$

$x^2 = 74 - 25$

$x^2 = 49$

$|x| = 7$

$x = 7$ o $x = -7$ Vanina

1) $\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{(-2)^4} =$

$= \sqrt[3]{(-27)} + \sqrt[4]{16} =$

$= -3 + 2 = -1$

2) $x^2 + 5^2 = 74$

$x^2 + 25 = 74$

$x^2 = 74 - 25$

$x^2 = 49$

$x = 7$

Leandro

100 Calculen mentalmente.

a) $\sqrt{2500}$

b) 110^2

c) $\sqrt[3]{125\,000}$

d) $(-60)^2$

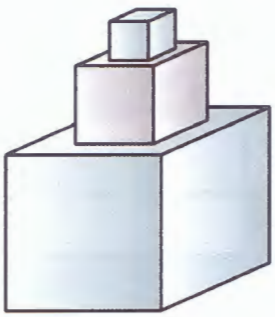
101 Resuelvan los siguientes cálculos:

a) $-12 : (-5 + 2) - [(3 \cdot 2)^2 : \sqrt{81}\,] + \sqrt[4]{10^2 - 4^2 - 3}$

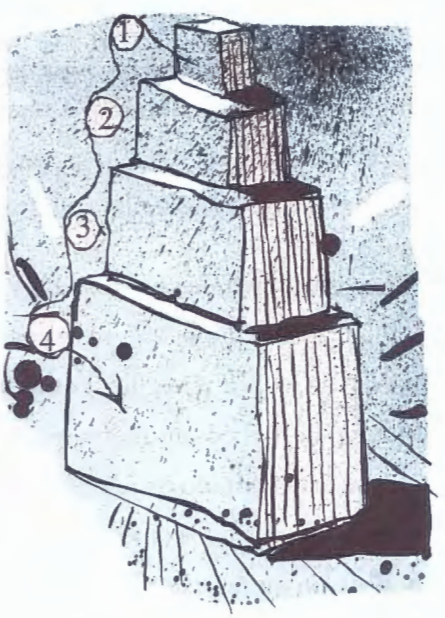
b) $\{-13 - [(-3)^3 + 5^2 - \sqrt[3]{(-4) \cdot 16}\,] + 70^2 : 5\}$

102 Débora hizo una escultura como la que se ve en la figura, con tres cubos encimados. La arista del mayor mide 16 cm; la del mediano, la mitad de la del mayor, y la del pequeño, la mitad de la del mediano.

a) Calculen el área total y el volumen de la escultura.



b) Débora le agregó un cubo mayor a su escultura, de tales medidas que el área total aumentó a 3744 cm^2. ¿Cuánto medía la arista de este último cubo?



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

1 Completen las tablas.

a)

a	b	$-a$	$-b$	$a - b$	$a + b$	$-a + b$	$-a - b$
-5			-2				
	-1			4			

b)

a	b	$-a$	$-b$	$a \cdot b$	$-a \cdot b$	$a \cdot (-b)$	$-a \cdot (-b)$
-6				-42			
	8					16	

2 Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a) $3x - (-2 - 3) = 2\,(x + 1) - 18 : (-3)$

b) $x^2 - \sqrt{121} = 25$

3 Expresen como una sola potencia.

a) $[(-3)^2]^6 : (-3)^5$

b) $5 \cdot (-5)^2 \cdot 5^4 : 5^3$

4 En una fábrica de alfajores hay seis depósitos. En cada depósito hay seis estantes y en cada estante hay seis empaques de seis cajas de alfajores cada uno.

a) Si cada caja contiene seis alfajores, ¿cuántos alfajores hay en la fábrica?

b) Expresen el resultado como una potencia.

5 Analicen las propiedades enunciadas y unan con flechas según corresponda.

a) La suma de dos números enteros es un número entero.

b) El opuesto de un número entero es menor que el número.

c) El producto de dos números enteros es un número entero.

d) El opuesto del cuadrado de un número entero es positivo.

e) La resta de dos números enteros es un número entero.

f) El doble de un número entero es mayor que el número.

g) El cuadrado de un número entero es menor que el número.

h) El cubo de un número entero es menor que el número.

i) El cociente de dos números enteros es un número entero.

siempre

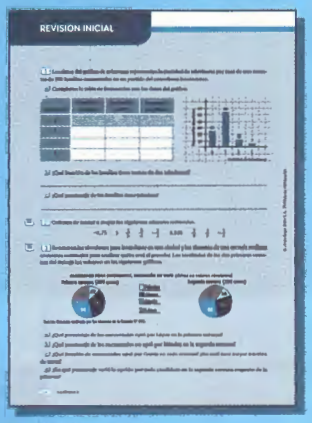
a veces

nunca

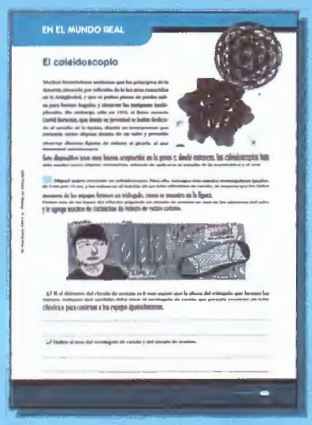
© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.



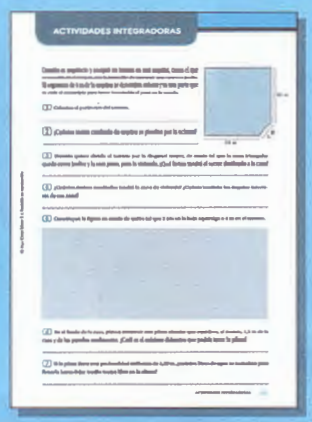
Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.



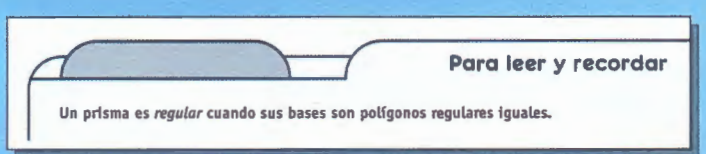
En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.

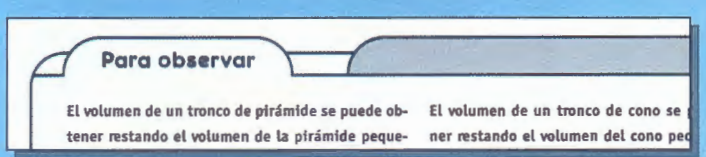
Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 3, 5 y 8, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).


Para observar
El volumen de un tronco de pirámide se puede obtener restando el volumen de la pirámide peque-
El volumen de un tronco de cono se
ner restando el volumen del cono pe

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE